

综合复习(二)

一、一元一次方程

1. 一元一次方程

等式

	定义	举例
等式	用_____连接的式子	
等式的分类	①_____ ②_____ ③_____	
等式的性质1	等式两边_____(或_____)同一个数(或式子), 结果仍相等. 若 $a = b$, 则 $a \pm c$ _____ $b \pm c$	
等式的性质2	等式两边_____同一个数, 或_____同一个不为0的数或式子, 结果仍相等. 若 $a = b$, 则 ac _____ bc 、 $\frac{a}{c}$ _____ $\frac{b}{c}$ (c 不为0)	
方程	含有_____的等式称为方程。	

【备注】一、等式

1. 定义：用**等号**连接的式子叫做等式。

2. 等式的类型

恒等式：无论用什么数值代替等式中的字母，等式总能成立。

例： $x = x$ ， $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 。

条件等式：只有用某些数值代替等式中的字母，等式才能成立。

例：方程 $x + 5 = 6$ 需要 $x = 1$ 才能成立。

矛盾等式：无论用什么数值代替等式中的字母，等式都不能成立。

例： $3 = 2$ ， $x + 1 = x - 1$ 等。

3. 等式的性质

等式性质1：

等式两边**加(或减)**同一个数(或式子)，结果仍相等。

如果 $a = b$ ，那么 $a \pm c = b \pm c$ 。例子 $a = b$ ，则 $a \pm 1 = b \pm 1$

等式性质2：

等式两边**乘**同一个数，或**除以**同一个不为0的数，结果仍相等。

如果 $a = b$ ，那么 $ac = bc$ ；例子： $a = b$ ，则 $3a = 3b$

如果 $a = b$ ($c \neq 0$)，那么 $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ ；例子 $a = b$ ，则 $\frac{a}{3} = \frac{b}{3}$

一元一次方程

	定义	举例
方程	含有_____的等式称为方程。	
一元一次方程	只含有_____未知数（元），未知数的次数都是_____，等号两边都是_____，这样的方程叫做一元一次方程。	
解一元一次方程	①去分母：在方程的两边同乘各分母的_____。 ②去括号：先去_____，再去_____，最后去_____。 ③移项：把等式的某项_____后移到另一边，叫做移项。 ④合并同类项：把方程化为_____的形式。 ⑤系数化为1：在方程的两边都除以未知数的_____。	

【备注】一、方程

1. 定义：含有**未知数**的等式叫做方程。

① 必须有等号；② 必须有未知数。例子： $y^2 + 1 = 2y$ 、 $x + 5 = 5x + 1$ 。

【注意】方程是等式，但等式不一定是方程；比如， $1 + 2 = 3$ 是等式、但不是方程。

二、一元一次方程

1、定义：方程中只含有**一个未知数**(元)，未知数的次数都是**1**，等号两边都是**整式**，这样的方程叫做一元一次方程。

2、解一元一次方程

①去分母：在方程的两边同乘各分母的**最小公倍数**。

②去括号：先去**小括号**，再去**中括号**，最后去**大括号**。

③移项：把等式的某项**变号**后移到另一边，叫做移项。

④合并同类项：把方程化为 **$ax = b$ ($a \neq 0$)**的形式

⑤在方程的两边都除以未知数的**系数** a ，得到方程的解 **$x = \frac{b}{a}$**

举个“栗子”

栗子

1. 运用等式性质进行变形，不正确的是()

A. 如果 $a = b$, 那么 $a - c = b - c$

B. 如果 $a = b$, 那么 $a + c = b + c$

C. 如果 $a = b$, 那么 $ac = bc$

D. 如果 $ac = bc$, 那么 $a = b$

【答案】 D

【解析】 A、等号的两边都减 c , 等号两边仍相等, 故A正确;

B、等号的两边都加 c , 等号两边仍相等, 故B正确;

C、等号的两边都乘以 c , 等号两边仍相等, 故C正确;

D、 $c = 0$ 时不一定成立, 故D错误;

故选: D.

【标注】 【知识点】 判断等式变形是否正确

栗子

2. 已知下列方程: ① $x - 2 = \frac{2}{x}$; ② $0.3x = 1$; ③ $\frac{x}{2} = 5x + 1$; ④ $x^2 - 4x = 3$; ⑤ $x = 6$; ⑥ $x + 2y = 0$. 其中一元一次方程的个数是 ().

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

【答案】 B

【解析】 ① $x - 2 = \frac{2}{x}$ 是分式方程. 故①错误.

② $0.3x = 1$, 符合一元一次方程的定义. 故②正确.

③ $\frac{x}{2} = 5x + 1$, 符合一元一次方程的定义. 故③正确.

④ $x^2 - 4x = 3$ 的未知数的最高次数是2, 它属于一元二次方程. 故④错误.

⑤ $x = 6$, 符合一元一次方程的定义. 故⑤正确.

⑥ $x + 2y = 0$ 中含有2个未知数. 属于二元一次方程. 故⑥错误.

综上所述, 一元一次方程的个数是3个.

【标注】 【知识点】 一元一次方程的定义

3. 下列方程是一元一次方程的有 ().

① $2x - 5y = 1$; ② $x^2 - 2x + 1 = 0$; ③ $x = 2$; ④ $3(x^2 - x) + 1 = 3x^2$; ⑤ $4x - 3$; ⑥ $\frac{1}{x} + x = 1$

A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

【答案】 B

【解析】 ① $2x - 5y = 1$ ，不是；② $x^2 - 2x + 1 = 0$ ，不是；③ $x = 2$ ，是；④ $3(x^2 - x) + 1 = 3x^2$ ，是；⑤ $4x - 3$ ，不是；⑥ $\frac{1}{x} + x = 1$ ，不是。
故选B。

【标注】【知识点】一元一次方程的定义

栗子

4. 若 $(m-2)x^{|2m-3|} = 6$ 是关于 x 的一元一次方程，则 m 的值是_____。

【答案】 1

【解析】 $\because (m-2)x^{|2m-3|} = 6$ 是关于 x 的一元一次方程，

$$\therefore |2m-3| = 1, m-2 \neq 0,$$

$$\therefore 2m-3 = \pm 1 \text{ 且 } m \neq 2,$$

解得 $m = 1$ 。

故答案为：1。

【标注】【知识点】由一元一次方程的定义求参数的值

5. 已知方程 $(a-2)x^2 + 2ax - 12 = 0$ 是关于 x 的一元一次方程，则 $a =$ _____。

【答案】 2

【解析】 若原方程为关于 x 的一元一次方程，则 $a-2=0$ ， $a=2$ ； $2a \neq 0$ ， $a \neq 0$ 。

故答案为：2。

【标注】【知识点】由一元一次方程的定义求参数的值

栗子

6. 解方程：

$$(1) \quad 3x - 2 = 6 - 5x.$$

【答案】 (1) $x = 1$ 。

【解析】 (1)
$$\begin{aligned} 3x - 2 &= 6 - 5x \\ 3x + 5x &= 6 + 2 \\ 8x &= 8 \\ x &= 1. \end{aligned}$$

【标注】【知识点】常规一元一次方程解法

栗子

7. 解方程：

$$(1) 10 - 3(2x - 4) = 2(x + 3).$$

【答案】(1) $x = 2$.

【解析】(1)
$$\begin{aligned} 10 - 3(2x - 4) &= 2(x + 3) \\ 10 - 6x + 12 &= 2x + 6 \\ 10 + 12 - 6 &= 6x + 2x \\ 8x &= 16 \\ x &= 2. \end{aligned}$$

【标注】【知识点】常规一元一次方程解法

栗子

8. 解方程：
$$\frac{3x-1}{4} - 1 = \frac{5x-7}{6}.$$

【答案】见解析

【解析】去分母得： $3(3x - 1) - 12 = 2(5x - 7)$

去括号得： $9x - 3 - 12 = 10x - 14$

移项得： $9x - 10x = -14 + 15$

合并同类项得： $-x = 1$

系数化为1得： $x = -1$.

【标注】【知识点】常规一元一次方程解法

栗子

9. 解方程：

$$(1) \frac{x}{0.7} - \frac{0.17 - 0.2x}{0.03} = 1.$$

【答案】(1) $x = \frac{14}{17}$.

【解析】(1)
$$\begin{aligned} \frac{x}{0.7} - \frac{0.17 - 0.2x}{0.03} &= 1 \\ \frac{10x}{7} - \frac{17 - 20x}{3} &= 1 \end{aligned}$$

$$30x - 7(17 - 20x) = 21$$

$$30x - 119 + 140x = 21$$

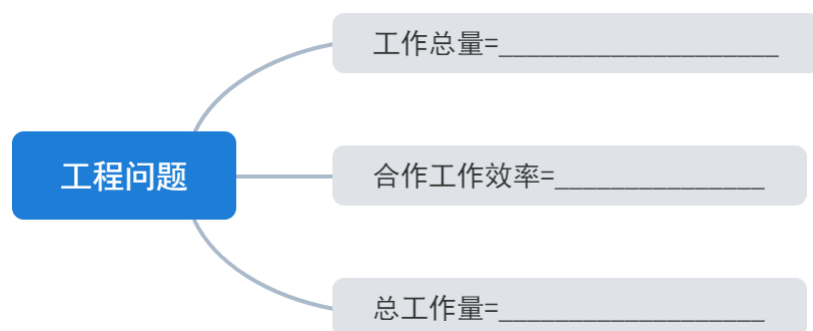
$$170x = 140$$

$$x = \frac{14}{17}$$

【标注】【知识点】常规一元一次方程解法

2. 一元一次方程实际应用

💡 工程问题



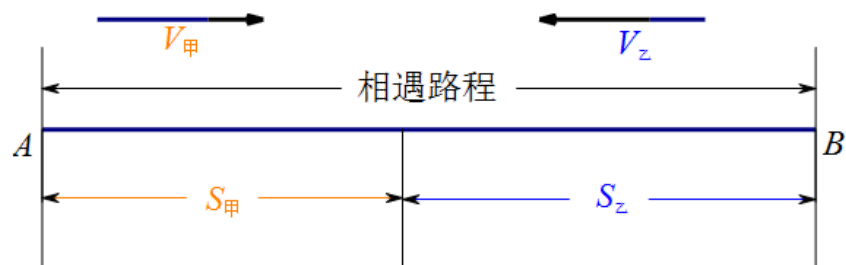
【备注】工作总量 = 工作效率 × 工作时间；
 合作工作效率 = 甲工作效率 + 乙工作效率
 总工作量 = 各个工作量的和

💡 路程问题

1、路程 = 速度 × 时间

2、两个运动物体在同一条直线上，异地相向而行，运动一段时间，两物体相遇。

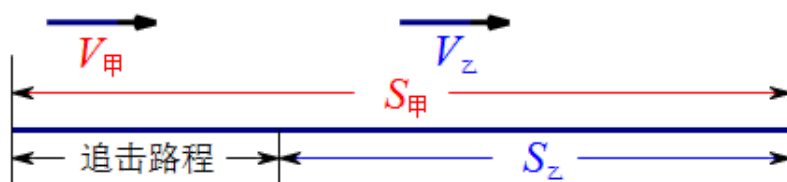
相遇路程 = 速度和 × 相遇时间



3、两物体在同一直线上，异地同向而行，运动一段时间，后面的物体追赶上前面的物体。

追

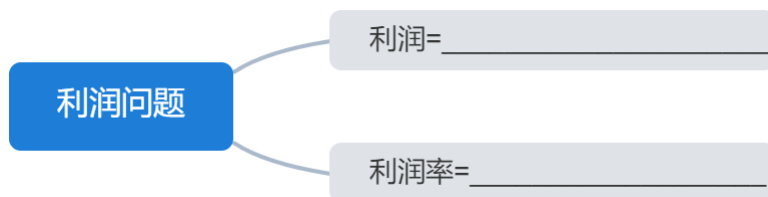
追击路程 = 速度差 × 追击时间



4、顺水（风）速度=静水（风）速度+水（风）速；

逆水（风）速度=静水（风）速度-水（风）速。

💡 利润问题



- 【备注】**
- 1、购进商品的价格称为进价，有时也称为成本价。
 - 2、销售商品时售出的价格称为售价，有时也称为成交价或卖出价。
 - 3、在销售商品的过程中的纯收入称为利润。
 - 4、利润占进价的百分率称为利润率。
 - 5、利润占进价的百分率称为利润率。
 - 6、商品利润=商品售价-商品进价=商品标价×折扣-商品进价。
 商品利润率= $\frac{\text{商品利润}}{\text{商品进价}} \times 100\%$ 。
 进价×(1+利润率)=标价×折扣。

栗子

10. 一件工程甲独做50天可完，乙独做75天可完，现在两个人合作，但是中途乙因事离开几天，从开工后40天把这件工程做完，则乙中途离开了几天？（请用方程来解决问题）

【答案】 25天。

【解析】 设乙中途离开了 x 天，

根据题意得： $\frac{1}{50} \times 40 + \frac{1}{75} \times (40 - x) = 1$ ，

解得： $x = 25$ 。

故乙中途离开了25天。

【标注】 【知识点】一元一次方程的工程问题

栗子

11. 甲乙两人同时从相距25千米的A地去B地，甲骑车乙步行，甲的速度是乙的速度的3倍，甲到达B地停留了40分钟，然后从B地返回A地，在途中遇见乙，这时距他们出发的时间恰好3小时，求两人的速度各是多少？

【答案】 甲的速度为15千米/时，乙的速度为5千米/时。

【解析】 设乙的速度为 x 千米/小时，则甲的速度为 $3x$ 千米/小时

依题意有：

$$\begin{aligned} 3x \times \left(3 - \frac{40}{60}\right) + 3x &= 25 \times 2 \\ 9x - 2x + 3x &= 50 \\ 10x &= 50 \\ x &= 5 \\ 3x &= 15 \end{aligned}$$

答：甲的速度为15千米/小时，乙的速度为5千米/小时。

【标注】 【知识点】一元一次方程的行程问题-相遇问题

栗子

12. A、B两地相距15千米，甲汽车在前边以50千米/小时从A出发，乙汽车在后边以40千米/小时从B出发，两车同时出发同向而行（沿BA方向），问经过几小时，两车相距30千米？

【答案】 1.5小时。

【解析】 设经过 x 小时，两车相距30千米

由题意得： $50x + 15 - 40x = 30$ ，

解得： $x = 1.5$ ，

答：经过1.5小时，两车相距30千米。

【标注】 【知识点】一元一次方程的行程问题-追及问题

栗子

13. 某客车以80km/h的速度从南京开往武汉，1h后轿车也从南京出发以120km/h的速度沿相同路线追赶客车，则追上客车所需的时间为 _____。

【答案】 2h

【解析】 设追上客车需 x 小时，

则 $(120 - 80)x = 80$ ，解得 $x = 2$ 。

【标注】【知识点】一元一次方程的行程问题-追及问题

栗子

14. 一艘轮船往返于上下游两个码头之间，逆流而上需要6小时，顺流而下需要4小时，若船在静水中的速度为20千米/时，则水流的速度是 _____ 千米/时。

【答案】 4

【解析】 设水流的速度是 x 千米/时，则顺流的速度为 $(20 + x)$ 千米/时，逆流的速度为 $(20 - x)$ 千米/时，

根据题意得： $6(20 - x) = 4(20 + x)$ ，

解得： $x = 4$ 。

答：水流的速度是4千米/时。

【标注】【知识点】一元一次方程的行程问题-顺风、顺水问题

栗子

15. 商场用36000元购进甲、乙两种商品，销售完后共获利6000元。其中甲种商品每件进价120元，售价138元；乙种商品每件进价100元，售价120元。
- (1) 求该商场购进甲、乙两种商品的件数。
- (2) 商场第二次以原进价购进甲、乙两种商品，购进乙种商品的件数不变，而购进甲种商品的件数是第一次的2倍，甲种商品按原售价出售，而乙种商品打折销售。若两种商品销售完毕，本次经营活动获利为8160元，则乙种商品售价为每件多少元？

【答案】 (1) 商场购进甲商品200件，购进乙商品120件。

(2) 乙种商品每件的售价为108元。

【解析】 (1) 设商场购进甲商品 x 件，购进乙商品 y 件，

根据题意，得
$$\begin{cases} 120x + 100y = 36000 \\ 18x + 20y = 6000 \end{cases}$$
，

解得
$$\begin{cases} x = 200 \\ y = 120 \end{cases}$$
。

答：商场购进甲商品200件，购进乙商品120件。

(2) 设乙商品的售价为 a 元,

根据题意, 得: $18 \times 400 + 120(a - 100) = 8160$,

解得: $a = 108$.

答: 乙种商品每件的售价为108元.

【标注】【知识点】二元一次方程组的经济问题

栗子

16. 某健身俱乐部有两种缴费方式: 甲方式为缴纳600元的会员费后, 每次收费60元; 乙方式每一次健身收费100元.

(1) 若陈老师去健身 x 次, 按甲、乙两种方式各应缴费多少元?

(2) 若陈老师去健身18次, 你认为采取哪种方式更合算? 请通过计算说明.

【答案】(1) 按甲方式应缴费 $600 + 60x$ 元, 按乙方式应缴费 $100x$ 元.

(2) 采取甲方式缴费更合算, 说明见解析.

【解析】(1) 当陈老师去健身 x 次时,

按甲方式应缴费 $600 + 60x$ (元),

按乙方式应缴费 $100x$ (元).

(2) 当 $x = 18$ 时, 按甲方式应缴费 $600 + 60 \times 18 = 1680$ (元),

按乙方式应缴费 $100 \times 18 = 1800$ (元),

$\because 1680 < 1800$,

$\therefore$ 采取甲方式缴费更合算.

【标注】【知识点】一元一次方程的方案选择问题

栗子

17. 某市自来水实行阶梯水价, 收费标准如下表所示:

月用水量	不超过12吨部分	超过12吨不超过18吨部分	超过18吨的部分
收费标准 (元/吨)	2.00	2.50	3.00

若某用户5月份交水费45元, 求该用户5月份所用水为多少吨?

【答案】 20吨 .

【解析】 当用水12吨时, 缴水费为 $2 \times 12 = 24$ (元) ,

当用水18吨时, 缴水费为 $24 + 2.5 \times (18 - 12) = 24 + 15 = 39$ (元) ,

$\because 45 \text{元} > 39 \text{元}$,

$\therefore$ 5月份的用水量超过18吨 ,

设5月份的用水量为 x 吨, 根据题意得 ,

$$39 + (x - 18) \times 3 = 45 ,$$

解得 $x = 20$.

$\therefore$ 该用户5月份所用水为20吨 .

【标注】 【知识点】一元一次方程的梯度计价问题

栗子

18. 用铝片做听装饮料瓶, 现有100张铝片, 每张铝片可制成瓶身16个或制瓶底45个, 一个瓶身和两个瓶底可配成一套, 且铝片全部用完, 不浪费, 设用 x 张铝片制作瓶身, 则可列方程 () .

A. $16x = 45(100 - x)$

B. $16x = 45(50 - x)$

C. $2 \times 16x = 45(100 - x)$

D. $16x = 2 \times 45(100 - x)$

【答案】 C

【解析】 由题意得: $2 \times 16x = 45(100 - x)$.

【标注】 【知识点】一元一次方程的配套问题

19. 某车间有34名工人, 平均每人每天加工大齿轮16个或小齿轮10个, 已知2个大齿轮和3个小齿轮配成一套, 问分别安排多少名工人加工大小齿轮, 才能刚好配套? 若设加工大齿轮的工人有 x 名, 则可列方程为 () .

A. $3 \times 10x = 2 \times 16(34 - x)$

B. $3 \times 16x = 2 \times 10(34 - x)$

C. $2 \times 16x = 3 \times 10(34 - x)$

D. $2 \times 10x = 3 \times 16(34 - x)$

【答案】 B

【解析】 加工大齿轮的工人有 x 名, 则加工小齿轮的工人有 $(34 - x)$ 名 ,

根据题意得 $3 \times 16x = 2 \times 10(34 - x)$.

故选: B .

【标注】【知识点】一元一次方程的配套问题

栗子

20. 甲组人数是乙组人数的2倍，从甲组抽调8人到乙组，这时甲组剩下的人数恰好是乙组现有人数的一半多2. 设乙组原有 x 人，则可列方程（ ）.

A. $2x = \frac{1}{2}x + 2$

B. $2x = \frac{1}{2}(x + 8) + 2$

C. $2x - 8 = \frac{1}{2}x + 2$

D. $2x - 8 = \frac{1}{2}(x + 8) + 2$

【答案】D

【解析】设乙组原有 x 人，则甲组人数是 $2x$ ，
根据题意得出： $2x - 8 = \frac{1}{2}(x + 8) + 2$ ，
故选：D.

【标注】【知识点】一元一次方程的调配问题

栗子

21. 目前，我国的治沙成果已成为世界典范，防沙治沙领域的技术理论已达到全球领先水平，荒漠化整体扩展趋势得到初步抑制. 在库布齐沙漠有甲、乙两只防沙治沙队伍对已种植树林进行维护，甲队用5天和乙队用4天共完成110亩的树林维护，甲队维护3天的树林面积正好是乙队维护2天的树林面积，求甲队用4天，乙队用2天共完成了多少亩的树林维护？

【答案】70亩.

【解析】设甲队每天维护 x 亩树林面积，则乙队每天维护 $\frac{3x}{2}$ 亩.
由题意可得： $5 \times x + 4 \times \frac{3x}{2} = 110$ ，解得： $x = 10$ ，
 $\therefore$ 甲队每天维护10亩，乙队每天维护15亩.
甲队用4天，乙队用2天共完成： $10 \times 4 + 15 \times 2 = 70$ （亩）.

【标注】【知识点】一元一次方程的和差倍分

栗子

22. 在2018 – 2019赛季英超足球联赛中，截止到3月12号止，蓝月亮曼城队在联赛前30场比赛中只输4场，其它场次全部保持不败. 共取得了74个积分暂列积分榜第一位. 已知胜一场得3分，平一场得1

分，负一场得0分，设曼城队一共胜了 x 场，则可列方程为（ ）。

- A. $3x + (30 - x) = 74$ B. $x + 3(30 - x) = 74$ C. $3x + (26 - x) = 74$ D. $x + 3(26 - x) = 74$

【答案】 C

【解析】 设曼城队一共胜了 x 场，则平了 $(30 - x - 4)$ 场，

依题意，得： $3x + (30 - x - 4) = 74$ ，

即 $3x + (26 - x) = 74$ 。

故选：C。

【标注】【知识点】一元一次方程的比赛积分问题

栗子

23. 一个两位数个位上的数是1，十位上的数是 x ，把1与 x 对调，新的两位数比原两位数小18，则依此题意所列的方程为 _____。

【答案】 $10x + 1 = 10 + x + 18$

【解析】 由题意，可得原数为 $10x + 1$ ，新数为 $10 + x$ ，

根据题意，得 $10x + 1 = 10 + x + 18$ 。

故答案为： $10x + 1 = 10 + x + 18$ 。

【标注】【知识点】一元一次方程的数字问题

栗子

24. 张磊比小海大10岁，5年前张磊的年龄是小海的年龄的2倍，小海现在的年龄为（ ）。

- A. 10 B. 15 C. 20 D. 25

【答案】 B

【解析】 设小海现在的年龄为 x ，

由题意，得： $x + 10 - 5 = 2(x - 5)$ ，

解得： $x = 15$ 。

【标注】【知识点】一元一次方程的年龄问题

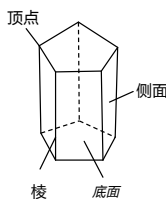
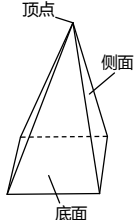
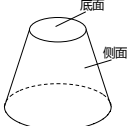
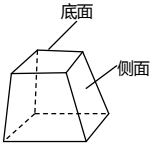
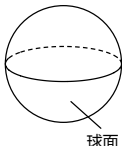
二、几何初步

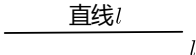
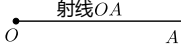
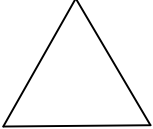
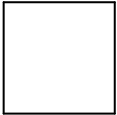
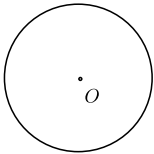
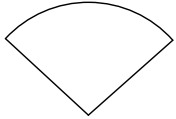
1. 图形初步认识

平面图形与立体图形

	定义	举例
几何图形	几何图形是从实物中抽象出的各种图形，分为立体图形和平面图形。	
立体图形	有些几何图形的各部分不都在_____，它们是立体图形。	
平面图形	有些几何图形的各部分都在_____，它们是平面图形。	

立体图形

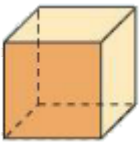
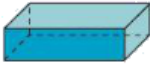
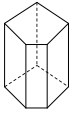
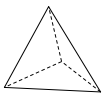
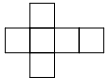
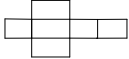
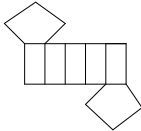
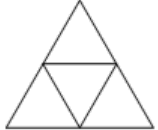
名称		图例	特征		
柱体	圆柱		底面是大小相同的 <u>圆</u> ，侧面是 <u>曲面</u>	有两个面(底面) 互相平行	
	棱柱		底面是 <u>多边形</u> ，侧面是 <u>长方形</u> 或 <u>正方形</u>		
锥体	圆锥		只有一个圆形 <u>底面</u> ，侧面是 <u>曲面</u>	有一个顶点	各侧面有一个公共顶点
	棱锥		底面是 <u>多边形</u> ，侧面是 <u>三角形</u>		
台体	圆台		底面是大小不相同的 <u>圆</u> ，侧面是 <u>曲面</u>	有两个面(底面) 互相平行	
	棱台		底面是 <u>多边形</u> ，侧面是 <u>梯形</u>		
球			表面是 <u>曲面</u>		

名称	图形	名称	图形
直线		射线	
线段		三角形	
长方形		正方形	
梯形		平行四边形	
圆		扇形	

常见旋转体

几何体	圆锥	圆柱	球
立体图形			
旋转的平面图形			

常见立体图形的展开图

名称	正方体	长方体	五棱柱	圆柱	圆锥	三棱锥
立体图形						
展开图						

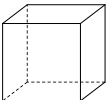
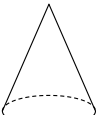
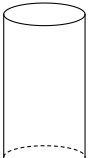
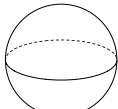
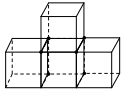
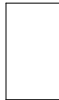
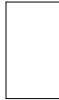
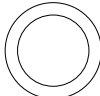
三视图

定义：从正面看到的图叫主视图，也叫正视图。

从左面看到的图叫左视图。

从上面看到的图叫俯视图。

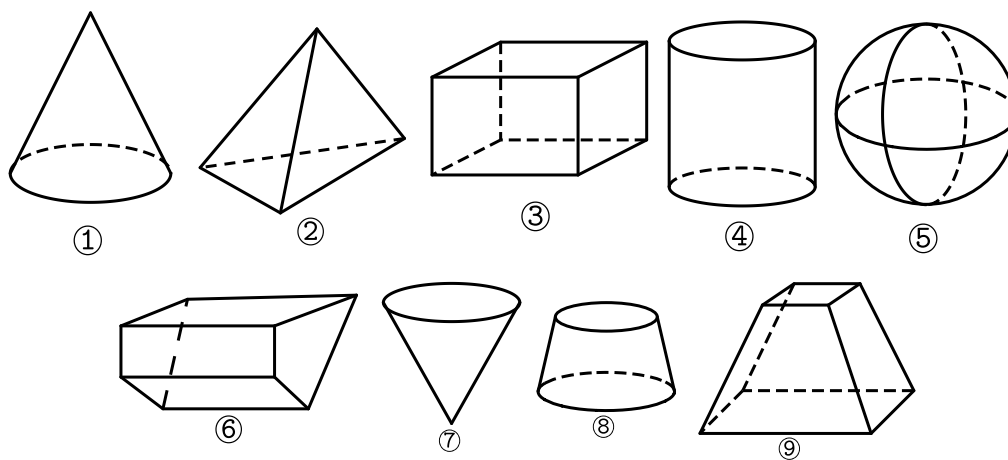
主视图、左视图、俯视图统称三视图。

从不同方向看	几何体	 正方体	 圆锥	 圆柱	 圆台	 球	
从正面看							
从左面看							
从上面看							

【注意】能看见的轮廓和棱用实线，被其他部分遮挡而不能看见的轮廓和棱用虚线。

栗子

25. 观察下列图形并填空。



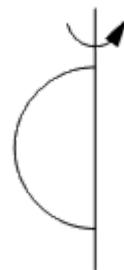
上面图形中，圆柱是 _____，棱柱是 _____，圆锥是 _____，棱锥是 _____，圆台是 _____，棱台是 _____，球体是 _____。

【答案】④；③⑥；①⑦；②；⑧；⑨；⑤

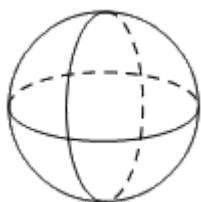
【解析】常见的立体图形，需要牢记。

【标注】【知识点】点线面体

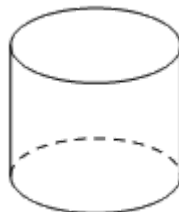
26. 如图所示，将平面图形绕轴旋转一周，得到的几何体是（ ）。



A.



B.



C.



D.

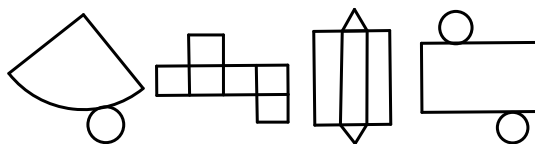


【答案】 A

【解析】 半圆绕它的直径旋转一周形成球体。

【标注】 【知识点】 旋转得到的立体图形

27. 如图所示为几何体的平面展开图，从左到右，其对应的几何体名称分别为（ ）。



A. 圆锥，正方体，三棱柱，圆柱

B. 圆柱，正方体，四棱柱，圆锥

C. 圆锥，正方体，四棱柱，圆柱

D. 正方体，圆锥，圆柱，三棱柱

【答案】 A

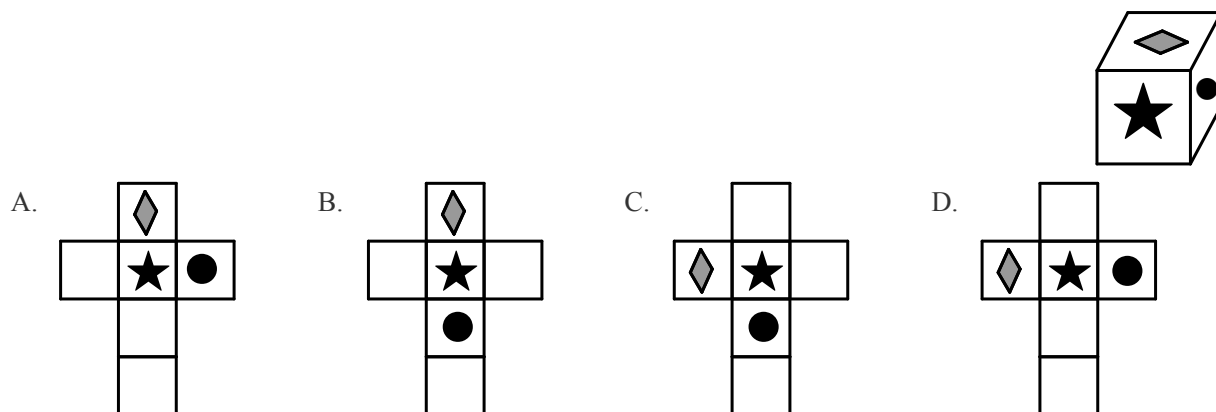
【解析】 根据几何体的平面展开图，则从左到右，其对应的几何体名称分别为：圆锥，正方体，三棱柱，圆柱。

故选：A .

【标注】【知识点】由展开图判断几何问题

栗子

28. 下面四个图形是右图所示正方体的展开图的是（ ） .



【答案】A

【解析】根据正方体展开图的特点分析，选项A是它的展开图 .

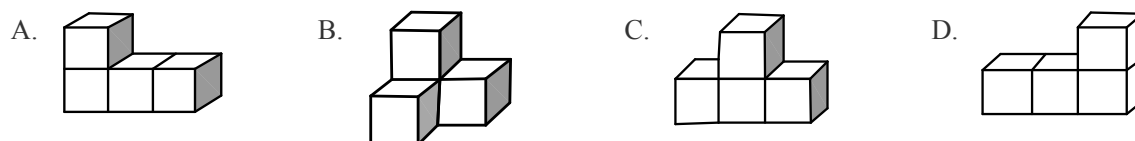
故选A .

【标注】【知识点】正方体展开图

【能力】空间想象能力

栗子

29. 下列几何体是由4个相同的小正方体搭成的，其中左视图与俯视图相同的是（ ） .



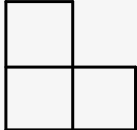
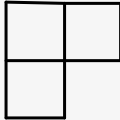
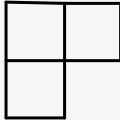
【答案】B

【解析】A 选项：

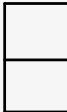
左视图为 ，俯视图为 ，主视图与俯视图不同，故此选项

不合题意 .

B 选项：

左视图为 ，俯视图为 ，主视图与俯视图相同 ，故此选项符合题意。

C 选项：左视图为 ，俯视图为 ，主视图与俯视图不同，故此选项不合题意。

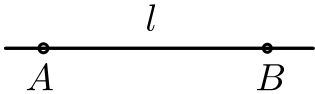
D 选项：左视图为 ，俯视图为 ，主视图与俯视图不同，故此选项不合题意。

故选 B。

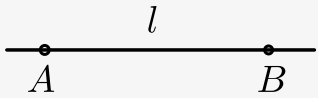
【标注】【知识点】简单几何体三视图

2. 线初步

直线

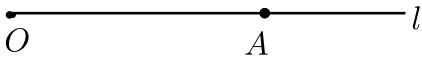
表示方法	 (1) 用直线上任意表示两个点的_____表示，写作_____； (2) 用一个_____表示，写作_____
特征	(1) _____；(2) _____；(3) _____；(4) _____
基本事实	经过两点有一条直线，并且只有一条直线。简述为：_____

【备注】直线是最简单、最基本的几何图形之一，是一个不作定义的原始概念，直线常用“一根拉得很紧的细线”“一张纸的折痕”等实际事物进行形象描述。

表示方法	 (1) 用直线上任意表示两个点的大写字母表示, 写作直线AB; (2) 用一个小写字母表示, 写作直线l
特征	(1) 无端点; (2) 向两边无限延伸; (3) 无长短; (4) 无粗细
基本事实	经过两点有一条直线, 并且只有一条直线. 简述为: 两点确定一条直线

- 1、(1) 用字母表示直线时, 必须在字母前加上“直线”二字.
(2) 用两个大写字母表示直线时, 字母无顺序.
(2) 用一个小写字母表示直线时, 该字母不是表示直线上的点的字母.
- 2、(1) 经过三点作直线: 如果三点在同一条直线上, 只能作出一条直线; 如果三点不在同一条直线上, 可以作出三条直线.
(2) 过任意三点都不在同一条直线上的 n 个点中的任意两点画直线, 可以画 $\frac{n(n-1)}{2}$ (n 为大于或等于2的整数) 条直线.

射线

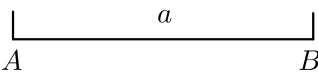
定义	直线上一点和它一旁的部分叫做射线, 这一点叫做射线的端点
表示方法	 (1) 用表示射线的端点和射线上另一点的_____表示(表示端点的字母必须写在前面), 写作_____ ; (2) 用一个_____表示, 写作_____
特征	(1) _____ ; (2) _____ ; (3) _____ ; (4) _____

【备注】

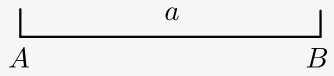
定义	直线上一点和它一旁的部分叫做射线，这一点叫做射线的端点
表示方法	 (1) 用表示射线的端点和射线上另一点的大写字母表示(表示端点的字母必须写在前面)，写作射线OA；(2) 用一个小写字母表示，写作射线l
特征	(1) 一个端点；(2) 有方向；(3) 无长短；(4) 无粗细

- (1) 用字母表示射线时，必须在字母前加上“射线”二字．
(2) 用两个大写字母表示射线时，字母有顺序，一定要把表示端点的字母写在前面．
(3) 画射线时必须画出射线的端点和延伸方向．
(4) 将一条射线反向延长可以得到直线．
- (1) 若一条直线上有 n 个点，则有 $2n$ 条射线

线段

定义	直线上两点及两点间的部分叫做线段，这两个点叫做线段的端点
表示方法	 (1) 用表示线段的两个端点的_____表示(与字母排列顺序____)，写作_____或_____；(2) 用一个_____表示，写作_____
特征	(1) _____；(2) _____；(3) _____；(4) _____

【备注】 定义 直线上两点及两点间的部分叫做线段，这两个点叫做线段的端点

表示方法	 (1) 用表示线段的两个端点的大写字母表示(与字母排列顺序无关)，写作线段AB或线段BA；(2) 用一个小写字母表示，写作线段a
特征	(1) 两个端点；(2) 无方向；(3) 有长短；(4) 无粗细

🔗 两个基本事实

两个基本事实	
1、	_____
2、	_____

【备注】 1、经过两点有且只有一条直线，简称为“**两点确定一条直线**”。

“有”表示“存在性”，“只有”体现“唯一性”。

【注意】：经过一点的直线有无数条。

2、两点之间的所有连线中，线段最短，简称“**两点之间，线段最短**”。

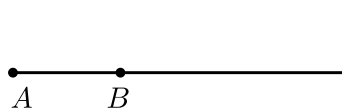
🔗 线段中点

某一点为一线段的中点要具备两个条件：

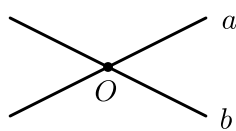
- ① 该点必须在线段上；
- ② 它把线段分成相等的两条线段。

栗子

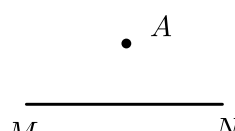
30. 下列几何图形与相应语言描述相符的个数有（ ）。



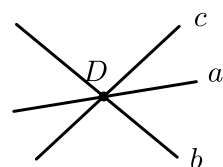
延长线段AB



直线 a, b 相交于点 O



点 A 在直线 MN 上



过点 D 画直线 a, b, c

A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

【答案】 C

【解析】 由题意可得第3个图形中的点 A 在直线 MN 外，其余的都正确。

故选C。

【标注】 【知识点】直线、射线、线段的区别与联系

栗子

31. 如图，四点 A, B, C, D ，按照下列语句画出图形：

- (1) 直线 AC 和线段 DB 相交于点 O ；

33. 已知点 B 在线段 AC 上, 点 D 在线段 AB 上.

(1) 如图1, 若 $AB = 6\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$, D 为线段 AC 的中点, 求线段 DB 的长度.

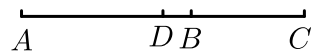


图 1

(2) 如图2, 若 $BD = \frac{1}{4}AB = \frac{1}{3}CD$, E 为线段 AB 的中点, $EC = 12\text{cm}$, 求线段 AC 的长度.

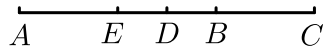


图 2

【答案】 (1) 1cm .

(2) 18cm .

【解析】 (1) $\because$ 点 D 为线段 AC 的中点,

$$\therefore AD = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}(AB + BC) = \frac{1}{2} \times (6 + 4) = 5(\text{cm}).$$

$$\therefore DB = AB - AD = 6 - 5 = 1(\text{cm}).$$

(2) 设 $BD = x\text{cm}$, 则 $AB = 4x\text{cm}$, $CD = 3x\text{cm}$, $BC = 2x\text{cm}$, $BE = \frac{1}{2}AB = 2x\text{cm}$,

$$\therefore EC = 4x = 12\text{cm},$$

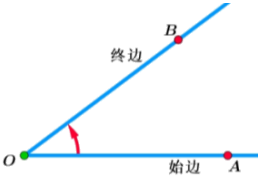
$$\therefore x = 3,$$

$$\therefore AC = 6x = 18\text{cm}.$$

【标注】【知识点】线段和差-不需要分类讨论

3. 角初步

角的定义

		定义
静态		有公共端点的_____组成的图形叫做角，这个公共端点是角的顶点，这两条射线是角的两条边。
动态		角也可以看作由一条射线绕着它的端点_____而形成的图形，旋转开始时的射线叫做角的始边，终止时的射线叫做角的终边。

【备注】 1、角的大小只与开口的大小有关，而与角的边画出部分的长短无关。

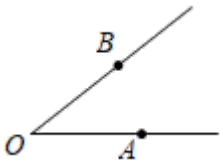
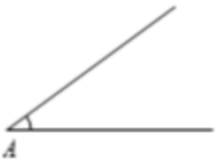
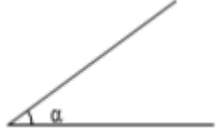
2、①角的组成部分为：两条边和一个顶点；

②顶点是这两条边的交点；

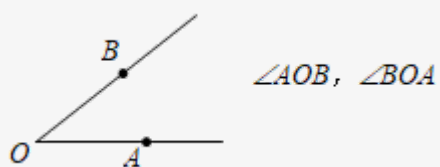
③角的两条边是射线，是无限延伸的；

④射线旋转时经过的平面部分称为角的内部，平面的其余部分称为角的外部。

角的表示

(1) 利用三个大写字母来表示，_____、 _____	
(2) 利用一个大写字母来表示，_____	
(3) 用数字来表示角，_____	
(4) 用小写的希腊字母来表示角，_____	

【备注】(1) 利用三个大写字母来表示，如图：



(2) 利用一个大写字母来表示，如图：



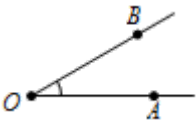
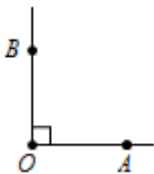
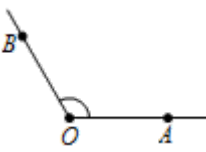
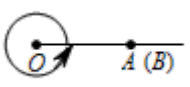
(3) 用数字来表示角，如图：



(4) 用小写的希腊字母来表示角，如图：

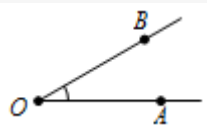


角的分类

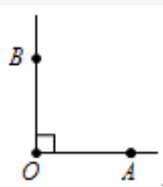
角的分类	示意图	定义
锐角		度数大于____°, 小于____° 的角称为锐角.
直角		度数为____°的角称为直角
钝角		度数大于____°, 小于____° 的角称为钝角.
平角		度数为____°的角称为平角
周角		度数为____°的角称为周角

【备注】角的分类

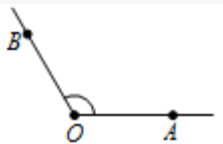
(1) 锐角：度数大于 0° ，小于 90° 的角称为锐角，($0^\circ < \alpha < 90^\circ$) .



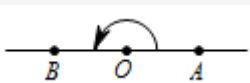
(2) 直角：度数为 90° 的角称为直角，即射线 OA 绕点 O 旋转，当终边与始边垂直时所成的角(90°) .



(3) 钝角：大于 90° ，小于 180° 的角称为钝角，($90^\circ < \alpha < 180^\circ$) .



(4) 平角：如果角的终边是由角的始边旋转半周而得到，这样的角叫平角．即射线 OA 绕点 O 旋转，当终边在始边 OA 的反向延长线上时所成的角．



(5) 周角：如果角的终边是由角的始边旋转一周而得到，这样的角叫周角，即射线 OA 绕点 O 旋转，当终边与始边重合时所成的角．



🔗 角的度量与换算

以度、分、秒为基本单位的角的度量值，叫做角度值。

①把一个周角360等分，每一份就是1度的角，记作 1° 。

②把 1° 的角60等分，每一份就是1分的角，记作 $1'$ 。

③把 $1'$ 的角60等分，每一份就是1秒的角，记作 $1''$ 。

$$1^\circ = \underline{\hspace{1cm}}', \quad 1' = \underline{\hspace{1cm}}'', \quad 1^\circ = \underline{\hspace{1cm}}''$$

$$1'' = \underline{\hspace{1cm}}', \quad 1' = \underline{\hspace{1cm}}^\circ, \quad 1'' = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$$

$$1\text{周角} = \underline{\hspace{1cm}}^\circ, \quad 1\text{平角} = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$$

【备注】以度、分、秒为基本单位的角的度量值，叫做角度值。

①把一个周角360等分，每一份就是1度的角，记作 1° 。

②把 1° 的角60等分，每一份就是1分的角，记作 $1'$ 。

③把 $1'$ 的角60等分，每一份就是1秒的角，记作 $1''$ 。

$$1^\circ = 60', \quad 1' = 60'', \quad 1^\circ = 3600''.$$

$$1'' = \left(\frac{1}{60}\right)', \quad 1' = \left(\frac{1}{60}\right)^\circ, \quad 1'' = \left(\frac{1}{3600}\right)^\circ.$$

$$1\text{周角} = 360^\circ, \quad 1\text{平角} = 180^\circ.$$

🔗 角平分线

一般地，从一个角的顶点出发，把这个角分成 两个相等 的角的 射线 叫做这个角的平分线。

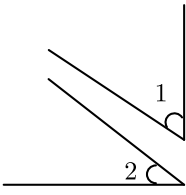
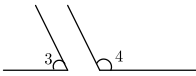
角平分线必须同时满足三个条件：

①从角的顶点引出的 射线；

②在角的 内部；

③将已知角 平分。

🔗 余角和补角

名称	定义	图形	数学语言	性质
互余	如果两个角的和等于 90°(直角) ，就说这两个角互为余角，即其中一个角是另一个角的余角		如果 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ ，就说 $\angle 1$ 是 $\angle 2$ 的余角，或 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互为余角	同角(等角)的余角 相等
互补	如果两个角的和等于 180°(平角) ，就说这两个角互为补角，即其中一个角是另一个角的补角		如果 $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ ，就说 $\angle 3$ 是 $\angle 4$ 的补角，或 $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 互为补角	同角(等角)的补角 相等

【备注】 (1) 余角(补角)是指两个角的数量关系，是成对出现的，单独的一个角或两个以上的角不能称为余角(补角)。

(2) 一个角的余角(补角)可以有多个，但它们的度数是相等的。

(3) 若两个角互余，则这两个角一定都是锐角；若两个角互补，则这两个角可能都是直角，也可能是一个锐角、一个钝角。

(4) 互余或互补的角只与数量有关，与位置无关。

方位角

如图4-3-15所示，与地面上的方向顺序相同。东北方向表示以正北为角的始边，向东转 45° 时的射线的方向，又叫 **北偏东 45°** ；东南方向为 **南偏东 45°** ；西南方向为 **南偏西 45°** ；西北方向为 **北偏西 45°** 。

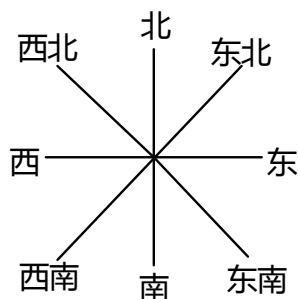


图4-3-15

下列说法：①两条射线所组成的图形叫做角；②角的大小与边的长短无关；③因为平角的两边成一条直线，所以一条直线可以看作是平角；④一个角至多可以用两种方法表示．其中不正确的个数为（ ）．

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

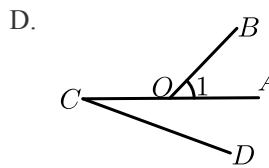
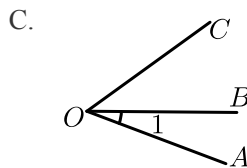
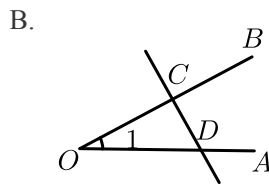
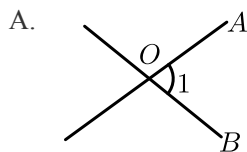
【答案】 C

【解析】 ①③④不正确．

【标注】 【知识点】 区分真假命题

栗子

35. 下列图形中，能用 $\angle 1$ 、 $\angle AOB$ 、 $\angle O$ 三种方法表示同一个角的是（ ）．



【答案】 B

【解析】 顶点 O 处单独引出一个角即可用三种方法同时表示，
故选：B．

【标注】 【知识点】 角的表示方法

栗子

36. 填空：

(1) $32.43^\circ = \underline{\quad\quad}^\circ \underline{\quad\quad}' \underline{\quad\quad}''$.

(2) $65^\circ 43' 12'' = \underline{\quad\quad}^\circ$.

【答案】 (1) 32 ; 25 ; 48

(2) 65.72

【解析】(1) $0.43^\circ \times 60 = 25.8'$

$$0.8' \times 60 = 48''$$

$$\therefore 32.43^\circ = 32^\circ 25' 48'' .$$

(2) $12'' \div 60 = 0.2'$

$$43' + 0.2' = 43.2'$$

$$43.2' \div 60 = 0.72^\circ$$

$$\therefore 65^\circ 43' 12'' = 65.72^\circ .$$

【标注】【能力】运算能力

【知识点】角度换算

栗子

37. 一个角的余角比它的补角的 $\frac{1}{2}$ 少 20° ，则这个角为() .

A. 30°

B. 40°

C. 60°

D. 75°

【答案】B

【解析】设该角为 x ，

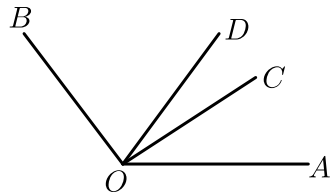
$$\text{由题意可得 } 90 - x = \frac{1}{2}(180 - x) - 20 ,$$

$$\text{解得 } x = 40^\circ$$

【标注】【知识点】余角和补角

栗子

38. 如图，已知 $\angle BOC = 2\angle AOC$ ， OD 平分 $\angle AOB$ ，且 $\angle COD = 20^\circ$ ，求 $\angle AOB$ 的度数 .



【答案】 $\angle AOB = 120^\circ$.

【解析】设 $\angle AOC = \alpha$ ，则 $\angle BOC = 2\alpha$ ，

$$\therefore \angle AOB = \angle AOC + \angle BOC = 3\alpha ,$$

$$\begin{aligned}
 &\because OD \text{ 平分 } \angle AOB, \\
 &\therefore \angle AOD = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{3}{2} \alpha, \\
 &\therefore \angle COD = \angle AOD - \angle AOC = \frac{1}{2} \alpha, \\
 &\because \angle COD = 20^\circ, \\
 &\therefore \alpha = 40^\circ, \\
 &\therefore \angle AOB = 3\alpha = 120^\circ.
 \end{aligned}$$

【标注】【知识点】角的和差的计算与证明-不需要分类讨论

39. 已知 $\angle AOB = 60^\circ$, $\angle BOC = 40^\circ$, 射线 OM 、 ON 分别是 $\angle AOB$ 、 $\angle BOC$ 的平分线, $\angle MON$ 等于 ____ .

【答案】 10° 或 50°

【解析】如图1, 当 $\angle BOC$ 在 $\angle AOB$ 内部时,

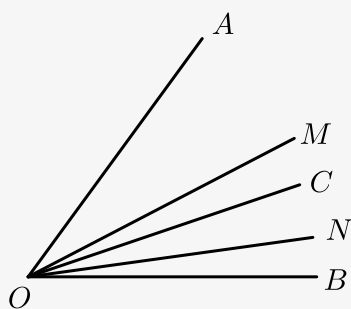


图 1

$$\begin{aligned}
 &\because \angle AOB = 60^\circ, \text{ 其角平分线为 } OM, \\
 &\therefore \angle MOB = 30^\circ, \\
 &\because \angle BOC = 40^\circ, \text{ 其角平分线为 } ON, \\
 &\therefore \angle BON = 20^\circ, \\
 &\therefore \angle MON = \angle MOB - \angle BON = 30^\circ - 20^\circ = 10^\circ;
 \end{aligned}$$

如图2, 当 $\angle BOC$ 在 $\angle AOB$ 外部时,

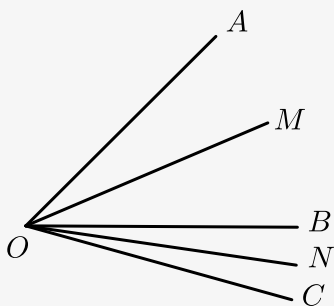


图 2

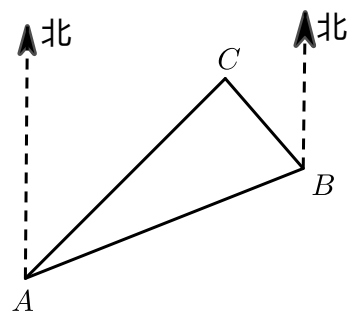
$$\because \angle AOB = 60^\circ, \text{ 其角平分线为 } OM,$$

$\therefore \angle MOB = 30^\circ$,
 $\therefore \angle BOC = 40^\circ$, 其角平分线为 ON ,
 $\therefore \angle BON = 20^\circ$,
 $\therefore \angle MON = \angle MOB + \angle BON = 30^\circ + 20^\circ = 50^\circ$,
 故答案为 : 10° 或 50° .

【标注】【知识点】角的和差的计算与证明-需要分类讨论

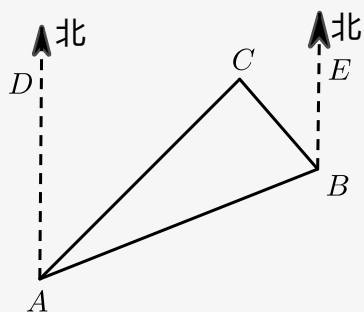
栗子

40. 如图, C 岛在 A 岛的北偏东 50° 方向, 且在 B 岛的北偏西 40° 方向, 则从 C 岛看 A, B 两岛的视角 $\angle ACB$ 等于 ____ .



【答案】 90°

【解析】 如图,



$\therefore C$ 岛在 A 岛的北偏东 50° 方向 ,
 $\therefore \angle DAC = 50^\circ$,
 $\therefore C$ 岛在 B 岛的北偏西 40° 方向 ,
 $\therefore \angle CBE = 40^\circ$,
 $\therefore DA \parallel EB$,
 $\therefore \angle DAB + \angle EBA = 180^\circ$,
 $\therefore \angle CAB + \angle CBA = 90^\circ$,

$$\therefore \angle ACB = 180^\circ - \angle CAB + \angle CBA = 90^\circ .$$

【标注】【知识点】方位角